

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Дополнительные главы дискретной математики
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 1

Программу составил: А.В. Леонидов, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 03.02.2025

## Аннотация

В курсе рассматриваются вопросы интерактивной компьютерной верификации доказательств на основе теоретико-типового подхода, получившей в последние десятилетия значительное распространение как в приложениях к математике (верификация решения "задачи о четырех красках" и др.), так и к практике программирования.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- дать представление об основных законах и явлениях статистической физики, обучить применению современных методов термодинамики, статистической механики и кинетики в работе с физическими системами, научить студентов решать элементарные задачи и делать несложные оценки, и наконец, сформировать общекультурные и профессиональные навыки физика-исследователя. Односеместровый курс "Методы статистической физики в вычислительной математике и теории информации" сопровождается регулярной индивидуальной работой преподавателя со студентами в процессе сдачи домашних заданий, консультаций, а также самостоятельных занятий.

#### Задачи дисциплины

- изучение математических основ статистической физики;
- приобретение слушателями теоретических знаний в области современного статистического анализа.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-3 Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Организует и координирует работу участников проекта, способствует конструктивному преодолению возникающих разногласий и конфликтов
	УК-3.2 Учитывает в своей социальной и профессиональной деятельности интересы, особенности поведения и мнения (включая критические) людей, с которыми работает/взаимодействует, в том числе посредством корректировки своих действий
	УК-3.3 Способен предвидеть результаты (последствия) как личных, так и коллективных действий
	УК-3.4 Способен планировать командную работу, распределять поручения членам команды, организовать обсуждение разных идей и мнений
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-5 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области информатики и вычислительной техники,	ОПК-5.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.2 Способен оценивать актуальность исследований в области информатики и вычислительной техники и их практическую значимость

способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-5.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-6 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области информатики и вычислительной техники, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-6.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-6.2 Способен разрабатывать и модернизировать программное и аппаратное обеспечение информационных и автоматизированных систем
	ОПК-6.3 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-6.4 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-6.5 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий; владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные принципы, лежащие в основании статистической физики, что такое статистический ансамбль, общие свойства и различия между микроканоническим, каноническим и большим каноническим ансамблями. Круг явлений, в которых возможно применение методов статистической физики.

уметь:

- зная законы поведения частиц, из которых построена система (молекулы, атомы, ионы, кванты и т. д.), устанавливать законы поведения макроскопического количества вещества.

владеть:

- методами нахождения термодинамических характеристик вещества пользуясь статистическими ансамблями и законами взаимодействия отдельных частиц.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Микроканоническое и каноническое распределения	6	6		6
2	Химическое равновесие	6	6		6
3	Квантовые газы	4	4		4
4	Неидеальные газы. Фазовые переходы	4	4		4
5	Термодинамика	6	6		6
6	Кинетическое уравнение	4	4		4
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Микроканоническое и каноническое распределения

Больцмановский газ. Энергия и теплоемкость осциллятора - из микроканонического распределения. Двухуровневая система - модель резины. Теплоемкость при высоком вырождении верхнего уровня. Газ в объеме с потенциальной ямой. Диэлектрическая проницаемость газа диполей. (Классические диполи, высокие температуры). Охлаждение методом размагничивания парамагнитных солей: цилиндрический образец на оси соленоида, теплоемкость в отсутствие магнитного поля  $C = \nu a T^3$ . Молекулярные пучки - опыт Штерна. Заполнение откачанного сосуда (при разных соотношениях размера отверстия и длины свободного пробега). Эффект Кнудсена. Скоро ли появится в комнате молекула с энергией 2, 3, 4 эВ? Теплоемкости  $H_2O$ ,  $CO_2$  в зависимости от температуры. Поправки к теплоемкости двухатомного газа, вызванные ангармоничностью колебаний. Об учете в статистической сумме дискретных уровней атома водорода. Атмосфера планеты.

##### 2. Химическое равновесие

Степень диссоциации молекул двухатомного газа ( $AB \rightarrow A+B$ ). Зависимость степени диссоциации от температуры при постоянном объеме. Теплота реакции, теплоемкости при постоянных объеме и давлении.

##### 3. Квантовые газы

Оценки для электронного газа в металле. Ферми-газ в осцилляторном поле.

Полупроводник n-типа. Оценка примесного уровня (как водородоподобного). Число электронов в примесном состоянии с учетом кулоновского отталкивания. Бозе-газ в поле тяжести. (Конденсация Бозе-Эйнштейна). Белый карлик, нейтронная звезда (Оценка радиуса - с применением теоремы вириала.) Оценка размера «плотной» части атома по Томасу – Ферми (учитываем только взаимодействие электронов с ядром).

##### 4. Неидеальные газы. Фазовые переходы

Оценки для броуновского движения. За какое время капля радиуса 1 мкм в разреженном газе приобретет тепловую скорость? Каков коэффициент диффузии таких капелек? Доля полной интенсивности рэлеевской линии, приходящаяся на дублет Мандельштама - Бриллюэна. Шумы в электрических цепях. Корреляционная функция токов в RC цепочке.

## 5. Термодинамика

Энергия, энтропия, энтальпия, свободная энергия. Теплота, поглощаемая при зарядке конденсатора. Теплота, при удалении заряда от диэлектрика.

## 6. Кинетическое уравнение

Эффект Холла. Пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости плазмы. Закон дисперсии ионного звука (при условии, что температура газа электронов много больше температуры газа ионов, вклады в проводимость - от электронов статический, от ионов ( $\omega_{pi}^2/2$ )). В окрестности точки встречи пучков ускорителя распределения частиц по поперечному сечению пучков и по углам независимы. Найти распределение по поперечному сечению пучков и по углам на расстоянии  $z$  от точки встречи. Выразить светимость, получаемую при соударении. Затухание поперечного ультразвука в металле при условии, что длина свободного пробега электронов мала по сравнению с длиной волны звука.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Дискретная математика [Текст] / А. Н. Макоха, П. А. Сахнюк, Н. И. Червяков - М. Физматлит, 2005
2. Термодинамика, статистическая физика и кинетика [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. — / 3-е изд., перераб. — Новосибирск : Изд-во Новосибир. ун-та, 2000, 2001. — 608 с.

### Дополнительная литература

1. Лекции по статистической физике, учебное пособие / А. А. Пухов ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет). Москва, МФТИ, 2019

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций. В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	<u>1</u>
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** А.В. Леонидов, д-р физ.-мат. наук, профессор

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-3 Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Организует и координирует работу участников проекта, способствует конструктивному преодолению возникающих разногласий и конфликтов
	УК-3.2 Учитывает в своей социальной и профессиональной деятельности интересы, особенности поведения и мнения (включая критические) людей, с которыми работает/взаимодействует, в том числе посредством корректировки своих действий
	УК-3.3 Способен предвидеть результаты (последствия) как личных, так и коллективных действий
	УК-3.4 Способен планировать командную работу, распределять поручения членам команды, организовать обсуждение разных идей и мнений
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-5 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области информатики и вычислительной техники, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-5.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.2 Способен оценивать актуальность исследований в области информатики и вычислительной техники и их практическую значимость
	ОПК-5.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-6 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области информатики и вычислительной техники, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-6.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-6.2 Способен разрабатывать и модернизировать программное и аппаратное обеспечение информационных и автоматизированных систем
	ОПК-6.3 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-6.4 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-6.5 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте



ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Имеет практически опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Дополнительные главы дискретной математики» обучающийся должен:

### знать:

- основные принципы, лежащие в основании статистической физики, что такое статистический ансамбль, общие свойства и различия между микроканоническим, каноническим и большим каноническим ансамблями. Круг явлений, в которых возможно применение методов статистической физики.

### уметь:

- зная законы поведения частиц, из которых построена система (молекулы, атомы, ионы, кванты и т. д.), устанавливать законы поведения макроскопического количества вещества.

### владеть:

- методами нахождения термодинамических характеристик вещества пользуясь статистическими ансамблями и законами взаимодействия отдельных частиц.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль состоит из сдачи слушателями задач для самостоятельного решения. Прилагается примеры задания для решения в системе Coq и нескольких задач теоретического характера

Задачи по курсу

1. Приведите, если возможно, следующие термы к  $\beta\eta$ -нормальной форме: а)  $(\lambda x y. x x y)(\lambda x y. u x)(\lambda x. x)(\lambda x y. x u x)$ ; б)  $(\lambda x y. x x y)((\lambda x y. u x)(\lambda x. x)(\lambda x y. x u x))$ .
2. Проверьте, равны ли (в смысле  $=_{\beta\eta}$ ) следующие термы: а)  $(\lambda x y. x x y)(\lambda x y. u x y)(\lambda x y. u x x)$  и  $(\lambda x y. x x y)(\lambda x y. u x x)(\lambda x y. u x y)$ ; б)  $(\lambda x. x x)(\lambda x y. u x y)(\lambda x y. x x y)$  и  $(\lambda x y. u x x)(\lambda x y. u x y)(\lambda x y. x x y)$ .
3. (головная нормальная форма) Докажите, что терм  $M$  является  $\beta$ -нормальным тогда и только тогда, когда он имеет вид  $\lambda x_1 \dots \lambda x_n. y N_1 \dots N_m$ , где все термы  $N_i$  являются  $\beta$ -нормальными,  $n, m > 0$  и любые переменные среди  $y, x_1, \dots, x_n$  могут совпадать.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Статистический вес макроскопического состояния системы. Микроканоническое распределение. Энтропия.
2. Вычислить число столкновений со стенкой в 1 сек. частиц релятивистского вырожденного ферми-газа.
3. Условия термодинамического равновесия.

4. Решить уравнение кинетического баланса для двухуровневой системы, рассмотрев частные случаи изолированной системы и системы в термостате.
5. Формула Эйнштейна для флуктуаций основных термодинамических величин.
6. Применить соотношение симметрии кинетических коэффициентов к системе, в которой возможны электрический ток и поток тепла под действием электрического поля и градиента температуры.
7. Большой канонический ансамбль.
8. Проверить формулу Найквиста для классического газа электронов в проводнике.
9. Эквивалентность ансамблей в термодинамическом пределе.
10. Построить изотермы бозе-эйнштейновского газа.
11. Вывод канонических распределений из экстремальности энтропии.
12. Возможна ли бозе-конденсация в двумерном или одномерном газе частиц со степенным законом дисперсии?
13. Квантовое вырождение и условия применимости классической статистики.
14. Вывести барометрическую формулу из стационарного решения уравнения Фоккера-Планка.
15. Классическое равнораспределение энергии по степеням свободы.
16. Сколько тепла выделится в реакции при температуре  $27^\circ \text{C}$  и давлении 1 ат.? (Энергия диссоциации равна 5.12 эВ, энергия разрыва связи равна 1.04 эВ).
17. Классическое равнораспределение энергии по степеням свободы.
18. Как зависит от времени временная корреляционная функция компонент электрического поля равновесного электромагнитного излучения?
19. Вывод свойств классического идеального газа из микроканонического ансамбля.
20. Найти изменение химического потенциала вырожденного электронного газа, обусловленное ориентацией спинов электронов при включении слабого магнитного поля.

#### Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачёта, обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины. На подготовку к ответу дается 20 минут.